# Équation du 3ème degré
# résolution

## A * x^3 + C * x^2 + B = 0

**Division par A :** $x^3+\frac{C}{A}*x^2+\frac{B}{A}=0$ **(1)**

**on pose C/A = a et B/A = c d'où** $x^3+a*x^2+c=0$ **(2)**

**on pose :** $x=y-\frac{a}{3}$ **pour obtenir la forme** $y^3+p*y+q=0$

**Détail : on modifie x^3**

$$x^3=(y-\frac{a}{3})^3 \quad = \quad (y-\frac{a}{3})^2*(y-\frac{a}{3}) \quad = \quad (y^2-(2*y*\frac{a}{3})+\frac{a^2}{9})*(y-\frac{a}{3})$$

$$y^3-(2*y^2*\frac{a}{3})+(y*\frac{a^2}{9})-(y^2*\frac{a}{3})+(2*y*\frac{a^2}{9})-(\frac{a^3}{27})$$

$$y^3-(3*y^2*\frac{a}{3})+(3*y*\frac{a^2}{9})-(\frac{a^3}{27})$$

**Détail : on modifie a * x^2**

$$a*(y-\frac{a}{3})^2 \quad = \quad a*(y-\frac{a}{3})*(y-\frac{a}{3}) \quad = \quad a*(y^2-(y*\frac{a}{3})-(y*\frac{a}{3})+\frac{a^2}{9})$$

$$a*y^2-2*y*\frac{a^2}{3}+\frac{a^3}{9}$$

**Réunion : x^3 + a * x^2 en y**

$$y^3-(3*y^2*\frac{a}{3})+(3*y*\frac{a^2}{9})-(\frac{a^3}{27}) \quad + \quad a*y^2-2*y*\frac{a^2}{3}+\frac{a^3}{9}$$

$$y^3-y*\frac{a^2}{3}+2*\frac{a^3}{27}$$

**le terme x^2 a disparu et on obtient une expression de la forme :**

$y^3+p*y+q=0$ **qui remplace** $x^3+a*x^2+c=0$ **sans oublier c**

$$y^3 - y*\frac{a^2}{3} + 2*\frac{a^3}{27} + c$$

**avec :** $p = -\frac{a^2}{3}$ **et** $q = (2*\frac{a^3}{27} + c)$

**Il est temps de passer aux valeurs numériques :**

$A = \frac{4}{3}*\rho\, air*g$ **CC2 = 1.3333* BL2*BG2 dans le tableur EXCEL**

$B = -\frac{1}{\Pi}*(Phe + \Sigma\, msaufhe*g)$ **CD2 = (-BG2/π)*(BU2 + CA2)**

$C = -(0.5*Cx*\rho\, air*vm^2)$ **CE2 = -0.5*BO2*BL2*BA2*BA2**

**a = C/A = CF2 = CE2/CC2**

**c = B/A = CG2 = CD2/CC2**

**p = CH2 = - ( CF2 * CF2 ) /3**

**q = CI2 = (0.074074 * CF2 * CF2 * CF2) + CG2**

**Il faut revenir à l'expression :** $y^3 + p*y + q = 0$ **pour trouver la solution**

**on pose X = y d'où X^3 + p * X + q = 0**

**on pose X = u + v**

**X^3 =** $(u+v)^3 = (u+v)^2*(u+v)$ **=** $(u^2 + 2*u*v + v^2)*(u+v)$

$u^3 + 2*u^2*v + u*v^2 + u^2*v + 2*u*v^2 + v^3$ **=** $u^3 + v^3 + 3*u*v^2 + 3*u^2*v$

$$3*u*v^2 + 3*u^2*v = 3*u*v*(u+v) = 3*u*v*X$$

**X^3 =** $u^3 + v^3 + 3*u*v*X$

**X^3 + p * X + q =** $u^3 + v^3 + 3*u*v*X \quad + p*X + q = 0$

$$u^3 + v^3 + (3*u*v + p)*X + q = 0$$

**on pose** $3*u*v + p = 0$

$u*v=-\frac{p}{3}$ **et** $u^3*v^3=-\frac{p^3}{27}$

**on pose** $u^3+v^3+q=0$ **et** $u^3+v^3=-q$

**on arrive à recherche deux nombres (u^3) et (v^3) , connaissant le produit P = (u^3) * (v^3) et la somme S = (u^3) + (v^3)**

**on sait que ces nombres sont les racines d'une équation de second degré de la forme :**

**Z^2 - S*Z + P = 0**

**pour obtenir les racines de cette équation, il faut examiner le déterminant Δ** $b^2-4*a*c$ **attention les notations ne sont pas celles utilisées auparavant !**

**Plusieurs cas possibles :**

**Δ positif : les deux racines sont réelles** $-(\frac{b+\sqrt{(\Delta)}}{2*a})$ **et** $-(\frac{b-\sqrt{(\Delta)}}{2*a})$

**Δ nul : une racine double** $-\frac{b}{2*a}$

**Le produit est :** $u^3*v^3=-\frac{p^3}{27}$ **la somme est :** $u^3+v^3=-q$

**L'équation du second degré devient :**

$z^2+q*z-\frac{p^3}{27}=0$ **déterminant :** $b^2-4*a*c$ **=** $q^2-4*(1)*(\frac{-p^3}{27})$

**Δ =** $q^2+4*(\frac{p^3}{27})$ **le calcul montre que le déterminant est positif**

**CJ2 = (CI2*CI2) + (0.148148*CH2*CH2*CH2)**

**Il y a deux racines réelles :**

$-(\frac{b+\sqrt{(\Delta)}}{2*a})$ **= z1 = u^3 =** $\frac{-(q+\sqrt{\Delta})}{(2*1)}$ **elle s'avère nulle : CK2**

$-(\frac{b-\sqrt{(\Delta)}}{2*a})$ **= z2 = v^3 =** $\frac{-(q-\sqrt{\Delta})}{(2*1)}$

**CL2 = -0.5 * (CI2 – RACINE(CJ2))**

u =       CM2 =  0.000

v =       CN2 = PUISSANCE(CL2;0.3333)

Solution de la résolution de l'équation du 3ème degré :

Y =  u + v  =      CO2= CM2 +  CN2

rayon de l'enveloppe = r = x =  y  -  a/3     voir   (2)

BM2 =  CO2  -  (CF2/3)

section droite de l'enveloppe   Sbal =  π  *  r^2

BN2  =  3.14159 * BM2 * BM2

volume de l'enveloppe    Vbla  =   4/3 *  π  *  r^3

BP2  =  4.88786  *  BM2 * BM2 * BM2

------------------------------------------------------------------------