Le grand saut de Michel Fournier
Chute libre de 40000 mètres.
Température à cette altitude -110 °C
Départ depuis un ballon hélium depuis une capsule pressurisée.
Durée de la descente environ 6 minutes et 25 secondes
En l'absence de pression atmosphérique le parachutiste dépasse la vitesse du son, soit 1067 km/h, après 30 secondes de chute.
Il est freiné progressivement par la densité de l'air qui apparaît.
Ouverture du parachute à 1000 mètres d'altitude.

VARIATION DE L'INTENSITE DE LA PESANTEUR : g = f (z)

Force de gravitation : $\vec{F}$ $F=G.\frac{Mt.m}{(Rt+z)^2}$

G : constante de gravitation universelle 6,67 . 10^-11

Mt : masse de la Terre : 5,97 . 10^24

m : masse du système en kg

Rt : rayon terrestre : 6370000 m

z : altitude du système m

On assimile le poids à la force de gravitation : P = F

et P = m . gz d'où $m.g_z=G.\frac{Mt.m}{(Rt+z)^2}$ $g_z=G.\frac{Mt}{(Rt+z)^2}$

Application : calcul de g à 40000 mètres ?

Réponse : $g_{40000}=9,69\,m/s^2$

CHUTE LIBRE :
L'air étant très raréfié, à haute altitude, il n'y a pas de freinage sur le système.
Celui ci est seulement soumis à son poids.

D'après la loi de Newton appliquée au système : $\sum\vec{F}=m.\vec{\gamma}$

« La somme vectorielle des forces extérieures appliquées au système est égale au produit de la masse du solide par le vecteur accélération de son centre d'inertie.

P = F = m . γ = m . g d'où g = γ et γ = g

VITESSE DE CHUTE LIBRE :

On écrit que : vz = gz . t + voz

vz : vitesse suivant l'altitude z
gz : accélération pesanteur suivant z
t : temps compté après le début de la chute en s
voz : vitesse initiale au début de la chute : elle est nulle et t = 0.

vz = gz . t = 9,7 . t c'est une droite.

Quel serait la valeur de t pour atteindre la vitesse du son de 1067 km/h.

En m/s : vs = 1067 / 3,6 = 296,39 m/s

t = 296,39 / 9,7 = 30,55 s

ALTITUDE EN CHUTE LIBRE :

Quelle serait l'altitude quand la vitesse du son sera atteinte ?
On suppose que g est constant pour cette période.

$z = \frac{1}{2} \cdot g . t^2 + z_0$ Et z0 = 0 donc $z = \frac{1}{2} \cdot g . t^2$

$z_1 = \frac{1}{2} . 9{,}7 . (30{,}55)^2$ = 4528,16 m zs = 40000 – 4528,16 = 35471,8 m

DESCENTE AVEC FREINAGE DE L'AIR :

Pendant une chute libre, **le parachute n'est pas déployé**. L'air devient de plus en plus dense et une force de freinage apparaît progressivement:

de la forme R = K . v^2
On négligera la poussée d' Archimède, sinon R sera augmenté de Pa.
Avec Pa = ρ . V . g
ρ : masse volumique de l'air kg/m^3
V : volume du système m^3
g : accélération de la pesanteur m/s^2

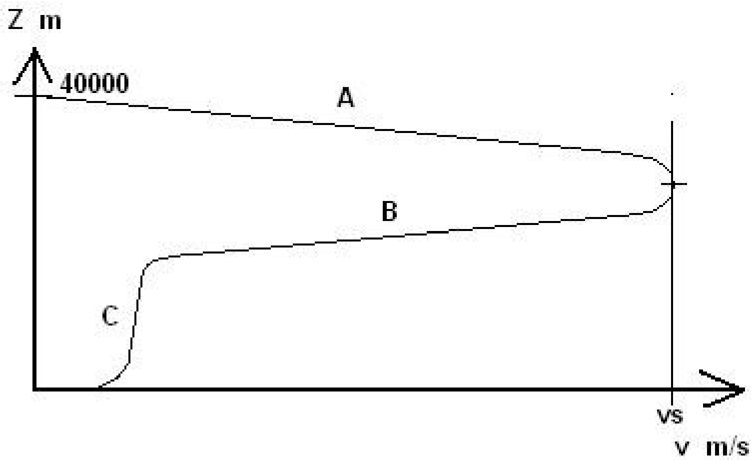
Le système est soumis à la gravité, son poids est P = m . g

D'après la loi de Newton : F = m . γ = P - R

ou $m.\frac{dv}{dt}=m.g_z-K.v^2$ $\frac{dv}{dt}=g_z-\frac{K}{m}.v^2$ avec $K=\frac{1}{2}.S_z.C_x.\rho air_z$

Sz : surface du parachute fermé m^2 (peut être variable) ou du système
Cx : coefficient de traînée du parachute fermé ou du système
ρ air z : masse volumique de l' air à l'altitude z en kg/m^3

L'accélération devient nulle quand l'ouverture est terminée en fin de phase A suivie de la phase B. Elle est positive en A et négative en B.



A : chute libre, la vitesse augmente jusqu'au moment où l'air devient plus dense, dv/dt positif
B : le parachute s'ouvre progressivement dv/dt négatif
C : vitesse limite dv/ dt = 0 mais la masse volumique augmente encore, donc la vitesse diminue.

<u>EQUILIBRE</u> : phase C $\frac{dv}{dt}=0$

On écrit que l'équilibre est réalisé quand P = R

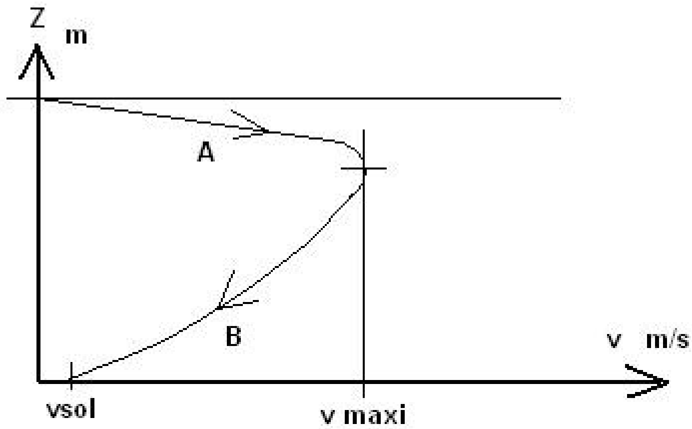
$m.g_z=K.v^2$ ce qui permet d'écrire $v^2=\frac{m.gz}{K}$ $v=\sqrt{\frac{m.g_z}{K}}$

v = vl : vitesse limite de descente.

m : masse du système (qui peut se révéler variable par perte de matière)
gz : accélération de la pesanteur en fonction de l'altitude

<u>CAS D'UNE DESCENTE A PARTIR D'UN POINT FIXE</u> :

On considère la vitesse **verticale** nulle et le temps initial nul, le référentiel se déplace avec le vent. Voir plus bas.



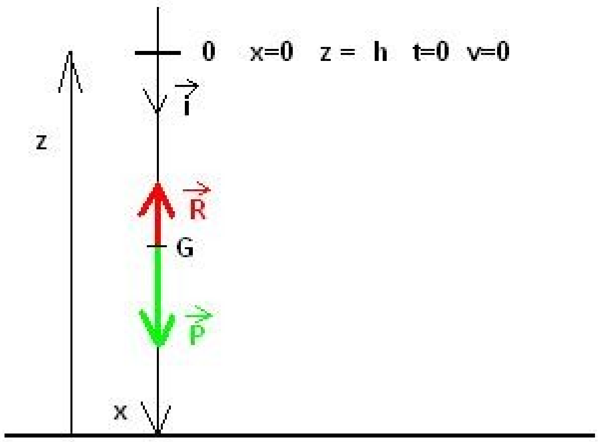
Le parachute et le système se trouve à l'altitude z0 initiale, et la vitesse de descente v0 est nulle au temps t0 initial nul.

On écrit à nouveau l'équation : $\frac{dv}{dt}=g_z-\frac{K}{m}.v^2$ avec $K=\frac{1}{2}.S_z.C_x.\rho air_z$

de la forme : $\frac{dv}{dt}+A.v^2=B$

avec A = $\frac{K}{m}$ et B = gz

Les conditions initiales sont : v0 = 0 et x0 = 0 (axe z = h)



Les forces en présence sont appliquées au centre de gravité du système.

<u>Vitesse pendant la phase A : **parachute non déployé** :</u>

$v=\sqrt{\frac{B}{A}}.\frac{1-e^{-\sqrt{A.B}.t}}{1+e^{-\sqrt{A.B}.t}}$ vitesse limite : $vl=\sqrt{\frac{B}{A}}$

temps mis pour prendre la vitesse limite : $T=3.\frac{vl}{g_z}$

APPLICATION NUMERIQUE :

S = 0,225 m^2 parachute non déployé
Cx = 2
ρ air = 1,24 kg/m^3
le système pèse au total 80 kg, y compris le parachute
hauteur initiale h : 1000 m pour v = 0 et t = 0

Calcul de K : $K=\frac{1}{2}.0{,}225.2.1{,}24=0{,}279$

$A=\frac{K}{m}=\frac{0{,}279}{80}=0{,}0035$ B = g = 9,8 m/s^2

Calcul de la vitesse limite : $vl=\sqrt{\frac{9{,}8}{0{,}0035}}=52{,}9\,m/s$

Équation différentielle phase A: $\frac{dv}{dt}+0{,}0035.v^2=9{,}8$

Temps pour atteindre la vitesse limite : $T=3.\frac{52{,}9}{9{,}8}=16{,}2\,s$

Vitesse en fonction du temps :

$v=\sqrt{\frac{B}{A}}.\frac{1-e^{-\sqrt{A.B}.t}}{1+e^{-\sqrt{A.B}.t}}$ $v=52{,}9.\frac{(1-e^{-0{,}185.t})}{(1+e^{-0{,}185.t})}$

Altitude en fonction du temps :

$$x=\frac{vl}{2.\sqrt{A.B}}.(\ln(e^{2.\sqrt{A.B}.t}+1)-(\sqrt{A.B}).t)+cte$$

$$x=\frac{52{,}9}{0{,}370}.(\ln(e^{0{,}370.t}+1)-(0{,}370).t)+198{,}04$$

Vitesse pendant la phase B : **parachute déployé** :

Le parachute va se déployer suivant son état pendant la fin de la phase A.
Le temps sera en principe inférieur au temps T : $T=3.\frac{52,9}{9,8}=16,2\,s$

On peut envisager qu'il ne s'ouvre pas ou qu'il serait partiellement ouvert.

Le coefficient K va changer :

S : 31 m^2 parachute ouvert à 100% diamètre 6,30 m
Cx : 2
ρ air = 1,24 kg/m^3 (altitude entre 1000 et 0 m)

$$K=0,5.31.2.1,24=38,44\,kg/m$$

Equation différentielle phase B: $\frac{dv}{dt}=g_z-\frac{K_B}{m}.v^2$ $\frac{dv}{dt}+A.v^2=B$

$A=\frac{K_b}{m}=\frac{38,44}{80}=0,48$ B = g = 9,8

$$\frac{dv}{dt}+0,48.v^2=9,8$$

Calcul de la vitesse limite : $vl_B=\sqrt{\frac{B}{A}}=\sqrt{\frac{9,8}{0,48}}=4,51\,m/s$

Vitesse en fonction du temps : $v=\sqrt{\frac{B}{A}}.\frac{1-e^{-\sqrt{A.B}.t}}{1+e^{-\sqrt{A.B}.t}}$

$v=\sqrt{\frac{9,8}{0,48}}.\frac{1-e^{-2,168.t}}{1+e^{-2,168.t}}$ $v=4,518.\frac{1-e^{-2,168.t}}{1+e^{-2,168.t}}$

BHAF 1-2016