DESCENTE EN PARACHUTE   CHUTE D'UN CORPS

$$R = 1/2 . S . C_x . \rho air . v^2$$

R : résistance de l'air N
Pa : poussée d' Archimède N
S : surface section droite m^2
Cx : coefficient de résistance
ρ air : masse volumique de l'air kg/m^2 fonction de Z
v : vitesse de descente m/s fonction de Z
m : masse totale kg
P : poids total N
g : accélération pesanteur m/s^2 fonction de Z

Avec la résistance de l' air, la vitesse de chute ne croit pas linéairement : elle atteint une valeur limite Vo au bout d'un temps T = Vo / g (v = t . g)

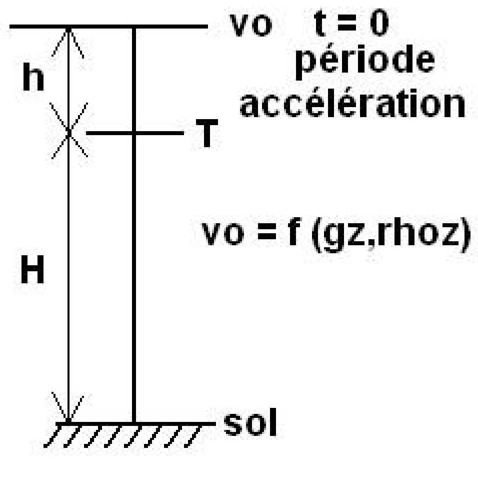
A partir du point initial, par exemple l'éclatement d'un ballon, il y a une courte période d'accélération :
les conditions initiales sont : v = 0 et t = 0

fin de la période initiale : temps T, vitesse limite Vo = T . gz et H altitude au dessus du sol, ρ air z,

Pour la vitesse limite Vo on aura l'égalité P = R ou P = R + Pa si Pa n'est pas négligeable.
Dans ce cas : Pa = ρ air z . V . gz

V : volume de la masse m ou charge utile

<u>CALCUL DE LA VITESSE LIMITE Vo :</u>



m . gz = $\frac{1}{2} . C_x . \rho air_z . S . V_o^2$

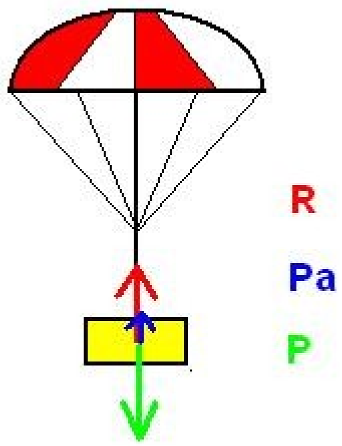
on posera K = $K = \frac{1}{2} . C_x . S$ on supposera que Cx et S sont constants.

$$m . g_z = K . \rho air_z . Vo^2$$

DESCENTE EN PARACHUTE   CHUTE D'UN CORPS

$$V_o=\sqrt{(\frac{(m.g_z)}{(K.\rho air_z)})}$$

<u>EQUATION DE LA DESCENTE</u> :



F = P - R = m . γ = m . dv / dt

m . dv / dt = P - R = $m.g_z-K.g_z.v^2$

$$\frac{dv}{dt}=g_z-(\frac{K}{m}).\rho air_z.v^2$$

équation de la forme : $y'=a.y^2+b$

résolution de l'équation ou par la méthode d'Euler :

<u>VALEUR de g en fonction de h</u> :

$F = \frac{G.M_t.m}{(R_t+h)^2}$ = m . gz   d'où gz = $\frac{G.M_t}{(R_t+h)^2}$

avec :
G : 6,67 . 10^-11 constante universelle de la gravité

Mt : 5,97 . 10^24 masse de la Terre en kilogramme

Rt : 6378000 rayon terrestre en m

h : ou z altitude en m

exemple de calcul :

DESCENTE EN PARACHUTE   CHUTE D'UN CORPS

Saut à 40000 mètres :

$$g_z = \frac{(6{,}67.10^{-11}.5{,}97.10^{24})}{(6378000+40000)^2}$$ gz = 9,69 m/s^-2 à 40000 m d'altitude

Le début de la chute est en « chute libre » car il n'y a pas beaucoup d'air à 40000 m. Le corps n'est soumis qu'à son poids.
Le temps mis pour atteindre la vitesse du son : 1067 km/h ou 296,388 m/s

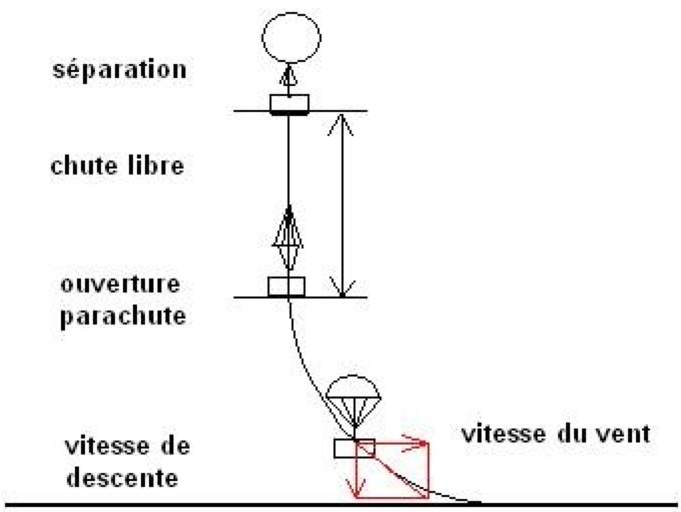
A partir de v = 0 et t= 0 v = gz . t $t=\frac{v}{g_z}=\frac{296{,}388}{9{,}69}=30{,}6\,s$

La distance parcourue en chute libre est : $h=\frac{1}{2}.g_z.t^2$

$$h=\frac{1}{2}.9{,}69.(30{,}6)^2=4532{,}8\,m$$

L'altitude à ce moment : 40000 - 4532,8 = 35467 m

nota : v = gz . t $h=g_z.\int t.dt$ $h=g_z.\frac{t^2}{2}$



DEUX PERIODES DANS UNE DESCENTE :
Après séparation ou éclatement du ballon, c'est la chute libre, si l'altitude est grande.

On a défini un coefficient K qui sera variable , d'abord K1 pendant la chute libre et ensuite K2 pendant la descente avec parachute ouvert.

A- chute libre : $m.\frac{dv}{dt}.=-m.g_z+K1.v^2$

Vitesse limite quand dv/dt = 0 d'où $m.g_z=K1.vl^2$

DESCENTE EN PARACHUTE   CHUTE D'UN CORPS

$$vl1=\sqrt{\frac{(m.g_z)}{K1}} \quad \text{--->} \quad vl1^2=\frac{m.g_z}{K1}$$ diviser par K1

$$\frac{m}{K1}.\frac{dv}{dt}=\frac{-m.g_z}{K1}+v^2$$

$$\frac{m}{K1}.\frac{dv}{dt}=-vl1^2+v^2$$

$$\frac{dv}{v^2-vl^2}=\frac{K1.dt}{m}$$ on pose $u=\frac{v}{vl}$ d'où $du=\frac{dv}{vl}$ et $u^2=\frac{v^2}{vl^2}$

¿

$$v^2=u^2.vl^2$$

$$v^2-vl^2=u^2.vl^2-vl^2=vl^2.(u^2-1)$$

$$\frac{dv}{vl^2.(u^2-1)}=\frac{K1}{m}.dt \qquad dv=du.vl$$

$$\frac{du.vl}{vl^2.(u^2-1)}=\frac{K1}{m}.dt$$

$$\frac{du}{vl.(u^2-1)}=\frac{K1}{m}.dt$$

$$\frac{dv}{(u^2-1)}=\frac{vl.K1}{m}.dt$$

$u=\tan.(\frac{vl.K1.t}{m})$ avec $u < 1$ $u=\frac{v}{vl}$ donc $v < vl$

finalement : $v=vl.\tan(\frac{vl.K1.t}{m})$ valable tant que t est dans la période de chute libre.

B - le parachute s'ouvre :

$m.\frac{dv}{dt}=-m.g_z+K2.v^2$ m peut varier si il y a un restant de l'enveloppe latex éclatée.

$K2=\frac{1}{2}.S2.C_{x2}.\rho_z$ S2, Cx2 et ρair z varient suivant l'altitude.

Valeur limite quand dv / dt = 0

DESCENTE EN PARACHUTE   CHUTE D'UN CORPS

$m.g_z = K2.vl^2$ d'où $vl2 = \sqrt{\frac{m.g_z}{K2}}$

$$vl2 = \sqrt{\frac{m.g_z}{\frac{1}{2}.S2.C_{x2}.\rho\,air_z}}$$

exemple numérique :
m = 0,665 kg
g = 9,81 constant
S2 = 0,2 m^2 constant
Vl = 10 m/s

ρair z = 0,347   chercher le Cx $Cx = \frac{m.g_z}{\frac{1}{2}.S2.vl^2.\rho\,air_z}$

réponse : Cx = 1,88

APPLICATION NUMERIQUE :

une charge se trouve en descente à partir d'une altitude de 306 m
la vitesse de descente verticale est - 10 m/s
la masse totale est 0,665 kg
diamètre du parachute : 40 cm
g = 9,81 m/s^2

la vitesse est constante car   R = P

équation : $K.v^2 = m.g_z$ avec $K = \frac{1}{2}.S.Cx.\rho air_z$

$\rho = \rho_o.e^{\left(\frac{-h}{7,96}\right)}$ avec h   en km et   ρo = 1,29 kg/m^3

1- trouver le Cx
2- quel est le temps mis pour descendre ?
3- le vent est de 1,6 m/s, quelle est la distance horizontale parcourue ?

Section droite ou maître couple : $S = \frac{3.14159.d^2}{4}$ S =   0,1257 m^2

ρ air = 1,24 kg/ m^3

Cx = 0,836

t = e / v = 306 / 10 = 30,6 s   d =   30,6 . 1,6 = 48,96 m

DESCENTE EN PARACHUTE   CHUTE D'UN CORPS