

Exemple de résolution d'une équation du 3ème degré du type : $Ax^3 + Bx^2 + C = 0$

Le terme en x est absent dans ce problème, car la forme générale est $Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0$ et C est nul.

La résolution consiste à chercher la ou les valeurs de x pour satisfaire l'équation = 0

L'exemple qui est traité est une application concernant le vol des ballons-sondes à l'hélium.

2 ème partie équations de la montée, volume = $f(z)$

Voir : [CALCULS_BALLON_F6AGV-2_181215_MONTEE1.Xls](#)

Dans la première partie, nous avons défini l'équation de base au moment du gonflage : choix de la vitesse de montée... de la Fal... Les principaux paramètres doivent être rentrés dans les zones bleues de la feuille de calculs : Fal1.xls

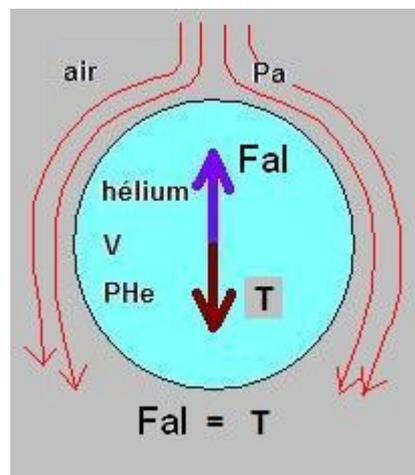
Voir les feuilles de calculs pour l'opération de gonflage :

[CALCULDECOLLAGEBALLONHELIUM1.xls](#)
[DECOLBAUDRUCHE1.xls](#)
[REPLISSAGE1.Xls](#)

Equation de base de la montée : $Fal = R$

$$\rho_{air} * V * g - \rho_{he} * V * g - \Sigma m * g = \frac{1}{2} * Cx * S * \rho_{air} * vm^2$$

la force ascensionnelle libre (Fal) dirigée vers le haut et appliquée au centre de gravité du ballon est équilibrée par la traînée due à la résistance de l' air (R ou T).



Sur ce croquis, au centre de gravité de l'enveloppe, on trouve la force ascensionnelle libre :

$$F_{al} = P_a - P_{he} - P_{env} = F_a - P_{env} \text{ en newton}$$

P_a : poussée d'Archimède en newton

P_{he} : poids de l'hélium "

P_{env} : poids de l'enveloppe "

T ou R : traînée ou résistance de l'air en newton

remarque : la résistance de l'air peut se mesurer facilement.

Cx : coefficient de traînée (0,5 ou moins)

S : section droite de l'enveloppe (ex : cercle)

ρ_{air} : en kg/m^3

ρ_{he} : en kg/m^3

V : volume en m^3

g : accélération de la pesanteur $9,8 m/s^2$

Σm : somme des masses sauf gaz (m_{env} , m_{ch} , m_{acc})

v_m : vitesse de montée verticale en m/s

on a besoin de connaître :

P : la pression en hPa

T : la température en °C

remarque : le paramètre humidité devrait être considéré, il sera dans d'autres études, bien que la présence de vapeur d'eau ne concerne que les basses couches atmosphériques.

Pour une montée à la verticale (vent nul), F_{al} est dirigée vers le haut, c'est la force que l'on peut mesurer après le gonflage, par exemple en tenant le ballon à la main par le manchon.

L'air qui est présent autour de l'enveloppe est la cause de la Poussée d'Archimède (P_a) avec la pression atmosphérique (P), l'accélération de la pesanteur (g) et le volume de l'enveloppe (V).

Le principe d'Archimède montre que la poussée est une force égale au poids de l'air qui occuperait à la même position, le même volume que l'enveloppe avec la même forme.

Pour connaître la valeur de la F_{al} , il faut déduire de P_a , le poids du gaz (hélium) P_{he} et le poids de l'enveloppe P_{env} .

La force ascensionnelle F_a est égale à la poussée d'Archimède moins le poids du gaz (hélium).

On constate facilement que si le gaz injecté est de l'air, le poids de l'air contenu par le volume sera égal au poids de l'air ambiant qui occupe le même volume ayant la même forme que l'enveloppe.

Conséquence :

$$F_a = P_a - P_{air} = 0 \text{ car } P_a = P_{air}$$

Conclusion : pour avoir une force ascensionnelle positive $F_a > 0$, il faut augmenter P_a ou diminuer P_{air} (gaz interne).

Dans ce cas, comme le volume V est le même des deux côtés, Il n'y a

pas d'autres solutions que diminuer la masse volumique de l'air interne, en diminuant la pression interne, ou en augmentant la température interne.

On sait que $P_a = \rho_{air} \cdot V \cdot g$ et $P_{air} = \rho_{air} \cdot V \cdot g$

Si on ne change rien, la force ascensionnelle sera nulle :

$$F_a = P_a - P_{air}$$

Pour savoir si le ballon va décoller, il faut s'intéresser aux masses volumiques :

de l'air ambiant dont les variations sont lentes vu la masse de l'atmosphère.

de l'air interne sur lequel on peut agir : $\rho_{air} = \frac{P}{(K \cdot T)}$ avec

P pression interne en pascal P hPa x 100

T température interne en kelvin °C + 273,15

K = 287,05 est une constante

Diminuer la pression, sous entend de renforcer l'enveloppe car elle serait soumise à la différence de pression externe et interne, la basse pression étant intérieure. L'idéal serait une pression interne nulle, avec une enveloppe très rigide mais légère. Réalisable ?

On ne peut rejeter l'option des ballons basses pression.

Augmenter la température interne ou diminuer la température externe, si par exemple on attend un refroidissement nocturne ou si on fait un gonflage dans une salle surchauffée.

Dans la pratique, les solutions existent, avec les montgolfières qui font appel à un brûleur de propane pour chauffer la masse d'air interne, ou les ballons solaires qui chauffent la masse d'air avec la présence du soleil.

Dans le premier cas, la température sera dosée judicieusement en faisant fonctionner le brûleur suivant des périodes d'augmentation ou de refroidissement de la température.

Dans le second, il n'est bien évidemment pas possible de stopper l'énergie du soleil, soit en l'occultant par un dispositif ou non (ex : nuages), soit en évacuant l'air chaud interne par un dispositif adéquat (ex : soupape).

Dans les deux cas, le contrôle de la température agira sur la valeur de la force ascensionnelle, donc sur la vitesse de montée et par conséquent l'altitude.

Remarque : nous avons eu l'occasion d'étudier un dispositif agissant sur la source de chaleur issue du soleil au niveau du ballon. Projet ayant fait l'objet d'un TIPE, d'une classe préparatoire.

Transformation de l'équation de base de la montée :

Pour quelle raison ?

Les masses étant invariables, si on admet aucun dispositif d'augmentation ou de diminution de la masse globale.

Variation des masses volumiques, variation de la masse de la charge (ex : largage de lest ou de nacelle auxiliaire).

Les paramètres susceptibles de varier pendant le vol sont :

le Cx, le volume V (donc la section S) et g en fonction de l'altitude.

Nous connaissons facilement la valeur du volume initial Vo, à condition de pouvoir utiliser une méthode de peser ou la mesure directe de la Fal.

Le gonflage sous bâche est utilisé par grand vent en extérieur mais il rend la détermination du volume moins précise.

Seul un calcul à partir du manomètre, et des paramètres des bouteilles, permet d'en avoir une idée, mais il faut bien connaître la précision du manomètre utilisé.

On va essayer de suivre l'évolution du volume V pendant la montée et surtout la valeur instantanée de la vitesse de montée vm.

Nota : la variation du Cx, peut s'envisager par exemple dans le cas du ballon solaire, dont le volume sera variable en fonction de son état d'ensoleillement (ex : jour et nuit).

Il y a un problème à résoudre avec les paramètres V et S, qui ne sont en réalité qu'un seul paramètre lié par le rayon de la sphère (si il s'agit d'une sphère).

$$V = \frac{4}{3} * \Pi * r^3 \quad \text{et} \quad S = \Pi * r^2$$

$$\frac{1}{S} * ((\rho_{air} * V * g) - (m_{he} * g) - (\Sigma m * g)) = \frac{1}{2} * Cx * \rho_{air} * v_m^2$$

$$\frac{(\rho_{air} * V * g)}{S} - \frac{(m_{he} * g)}{S} - \frac{(m_{ch} * g)}{S} = K * \rho_{air} * v_m^2$$

$$\frac{V}{S} = \frac{(\frac{4}{3}) * \Pi * r^3}{\Pi * r^2} = \frac{4}{3} * r$$

$$\frac{4}{3} * r * \rho_{air} * g - \frac{P_{he}}{S} - \frac{P_{ch}}{S} = K * \rho_{air} * v_m^2$$

on pose $K * \rho_{air} * v_m^2 = C$

on pose $\frac{4}{3} * \rho_{air} * g * r = A * r$

on pose $\frac{-1}{\Pi * r^2} * (Phe + Pch) = B / r^2$

regroupement : $A * r + \frac{B}{r^2} = C$

mise en forme : $A * r + \frac{B}{r^2} + C = 0$ attention C change de signe.

Avec $A = \frac{4}{3} * \rho_{air} * g$

Avec $B = \frac{-(Phe + Pch)}{\Pi}$

Avec $C = -K * \rho_{air} * v^2$

mise en forme de l'équation définitive :

$$\frac{B}{x^2} + A * x + C = 0$$

on multiplie par x^2 : $A * x^3 + C * x^2 + B = 0$

divisons par A : $x^3 + \frac{C}{A} * x^2 + \frac{B}{A} = 0$

on pose : $C/A = a$ et $B/A = c$

équation définitive du 3ème degré : $x^3 + a * x^2 + c = 0$

il n'y a pas de facteur x puisque $b = 0$

Résolution de cette équation pour trouver la valeur de x qui vérifie l'équation. On sait que $r = x$

Suite sur le document :

NOTICE_BALLON_181215_montee_vol3.odt

